DOMINÓS

Aparecida Francisco da SILVA[1]
Hélia Matiko Yano KODAMA[2]

Resumo: Algumas propostas da utilização dos dominós no ensino de Matemática já são conhecidas. Neste artigo, apresentamos propostas que complementam as que figuram em [6] e [8] e que surgiram em várias ocasiões em que utilizamos o [3]jogo. Compõem o texto a descrição das peças, propostas para utilização em sala de aula, situações-problema bem como algumas soluções.

Palavras-chave: dominó; jogo.

INTRODUÇÃO

Como alternativa para o desenvolvimento de atividades pedagógicas, os dominós têm sido usados para desenvolver e introduzir uma série de conceitos, além de fixar e aprimorar conteúdos já estudados, tornando assim, o processo de aprendizagem mais enriquecedor. As atividades que apresentamos neste artigo surgiram do trabalho desenvolvido no projeto "Jogos no Ensino de Matemática" e contou com a valiosa colaboração de Marcos Proença de Almeida, Ana Cláudia Festucci e Viviane Pagani Lopes, alunos do curso de Matemática, voluntários no projeto.

Assim como outros jogos populares - o xadrez e os jogos de cartas - o dominó, possui origem incerta. Há quem acredite que ele foi criado pelos chineses, há três séculos. Alguns historiadores acreditam que ele foi introduzido na Europa, primeiramente na Itália, no século XVIII, chegando à Inglaterra algumas décadas depois.

De acordo com Larousse, o nome Dominó vem da expressão latina "*Benedicamus Domino"* que significa "Bendigamos ao Senhor". Alguns pesquisadores acreditam que a denominação do jogo origina-se do termo "*Domino Gratias"* ("Graças ao Senhor"), que os eclesiásticos usavam ao realizar uma boa jogada e que a cor de suas peças teria ligação com a pele de morsa usada em seus trajes.

O jogo é composto por peças retangulares divididas em duas partes, cada qual com uma indicação numérica que é feita por algarismos, números correspondentes de figuras ou ainda pequenas cavidades ou saliências circulares Existe uma grande variação quanto ao número de peças nos dominós: os orientais têm 21 peças (o zero é excluído), nos Estados Unidos encontram-se dominós com 28 e 55 peças, sendo o primeiro o mais conhecido no Brasil (denominado dominó duplo seis).

[1] Departamento de Matemática – IBILCE/SJRP
[2] Departamento de Matemática – IBILCE/SJRP

Jogo Usual

O jogo mais comum utiliza as seguintes regras, ou análogas, com pequenas variações:

- As peças são misturadas com as faces numeradas voltadas para baixo.
- Cada jogador, no máximo 4, retira 7 peças e as dispõem em sua proximidade de modo que somente ele possa visualizar as faces numeradas.
- O jogador que possuir a peça dupla de maior valor, no caso a 6:6, inicia o jogo colocando-a sobre a mesa, caso essa peça não pertença a nenhum dos jogadores, utilizam-se então as outras peças duplas em ordem decrescente de valor, a próxima seria a 5:5, depois a 4:4 e assim sucessivamente.
- O próximo jogador deve colocar uma de suas peças, desde que ela possua uma indicação numérica igual a inicial, conectando-as, e assim sucessivamente.
- Na hipótese de um dos jogadores não possuir alguma peça que permita a conexão, ele "compra" uma das peças restantes, caso elas não existam ele é penalizado, passando sua vez.
- A partida termina quando um dos jogadores colocar sua última peça, sendo então declarado vencedor. No caso do jogo paralisar sem que nenhum jogador tenha utilizado todas as peças teremos a situação de empate.

As atividades apresentadas a seguir foram adaptadas ou elaboradas a fim de servir de referência para um trabalho com os dominós.

(1) Exploração livre

Essa atividade consiste em explorar e conhecer as peças do jogo. Nesta fase, o professor pode fazer algumas perguntas a fim de observar algumas características das peças.

Exemplo:

(a) Qual é o número de peças?

(b) Quantos e quais números aparecem?

(c) Quantas vezes aparece cada número?

(d) Em quantas peças aparece cada número?

(e) Existem peças idênticas?

Ainda como atividade de reconhecimento das peças, podemos propor o seguinte:

(1.1) Embaralham-se as peças com as faces voltadas para baixo, retiram-se algumas e pede-se aos jogadores que descubram quais foram retiradas, tendo como auxílio à visualização das peças que restaram.

Passada a fase do reconhecimento das peças, podemos propor algumas situações-problema, como descritas a seguir:

(1.2) Descubra qual foi o critério utilizado pelo jogador para organizar as peças desta forma:

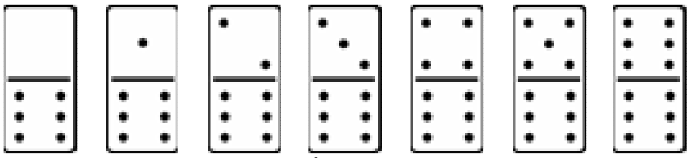


Figura 1

(1.3) Faça o mesmo para esta outra configuração:

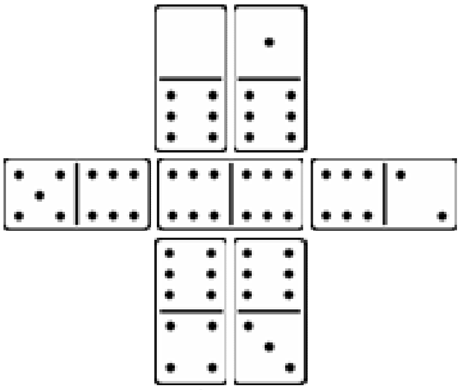


Figura 2

(1.4) Observe com atenção a situação abaixo:

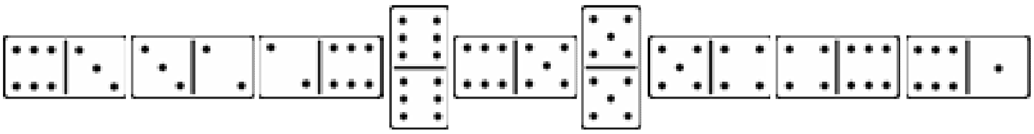


Figura 3: Seqüência do jogo usual.

Considerando que o jogador tem as seguintes peças:

$$6:0\,, 1:1, 1:2, 3:5, 2:2 \text{ e } 4:4\,,$$

responda:

(a) Qual das peças ele não deve colocar na próxima jogada? Por quê?

(b) Entre as peças 1:1 e 2:1, qual seria a mais adequada para ser jogada neste momento? Por quê?

(1.5) Observe a pirâmide de dominós a seguir e descubra o critério usado para sua organização:

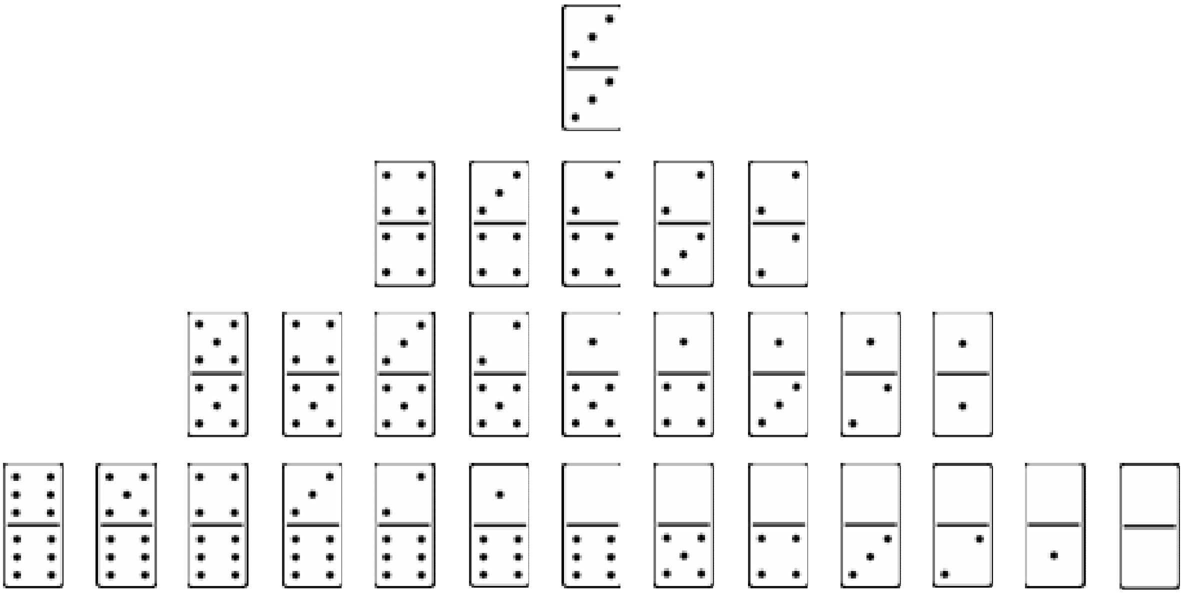


Figura 4: Pirâmide de dominós.

(1.6) Uma poligonal curiosa: Retirando-se as peças duplas, faça com as 21 peças restantes uma cadeia, em forma poligonal, usando a conexão do jogo usual. O que ocorre?

(2) Jogo da Memória

A atividade consiste em distribuir as peças com as faces numeradas voltadas para baixo. Cada jogador seleciona duas peças a serem viradas de modo a obter um par (ver critérios de pares a seguir). Se isto acontecer, o jogador é premiado com mais uma jogada; caso contrário, o jogador deve desvirar as peças e passar a vez para o próximo jogador.

Antes de iniciar o jogo, é necessário que se estabeleça o número de jogadores, a quantidade de peças e o critério para formação de pares.

Pode-se utilizar o critério do jogo da memória tradicional, isto é, cada par é formado por duas peças iguais. Neste caso, é preciso dois jogos simultaneamente..

Uma outra sugestão baseia-se em formar um par, de modo que, utilizando adição ou subtração em cada uma das peças, obtém-se resultados iguais.

Exemplo: Par formado utilizando-se a subtração e a adição.

$5 - 3 = 2$ $\qquad$ $2 + 0 = 2$

Figura 5: Par formado utilizando subtração e adição.

Também, para preparar um trabalho com expressões numéricas, podemos sugerir que as duas peças devam apresentar o mesmo resultado, embora se permitam operações distintas para cada peça.

(3) Caça-Peças

Agrupam-se as peças do Dominó encostando-as vertical e/ou horizontalmente, formando um quadrado ou um retângulo. Em seguida, copia-se somente os números sem marcar a posição das peças e, em seguida pede-se que um dos jogadores descubra a disposição das peças.

Exemplo:

4	4	0
4	3	6
3	2	2
1	5	1

Duas soluções diferentes:

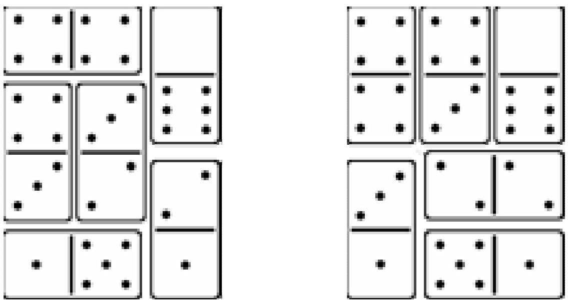


Figura 6: Soluções do caça-peças.

Outras sugestões:

(3.1) Os doze números a seguir representam seis peças do Dominó. Proponha uma solução, desenhando o contorno das peças.

(a)

0	6	3
3	6	0
5	4	2
2	5	5

(b)

3	3	4
0	0	3
0	1	5
0	3	3

(3.2) É possível encontrar outras soluções para os itens (a) e (b)? Quais?

(3.3) Observe as peças e o quadrado a seguir. Coloque as peças indicadas nos lugares em que se encontram as peças sem indicação numérica, de modo que a soma nas linhas verticais, horizontais e diagonais maiores seja sempre a mesma.

Peças:

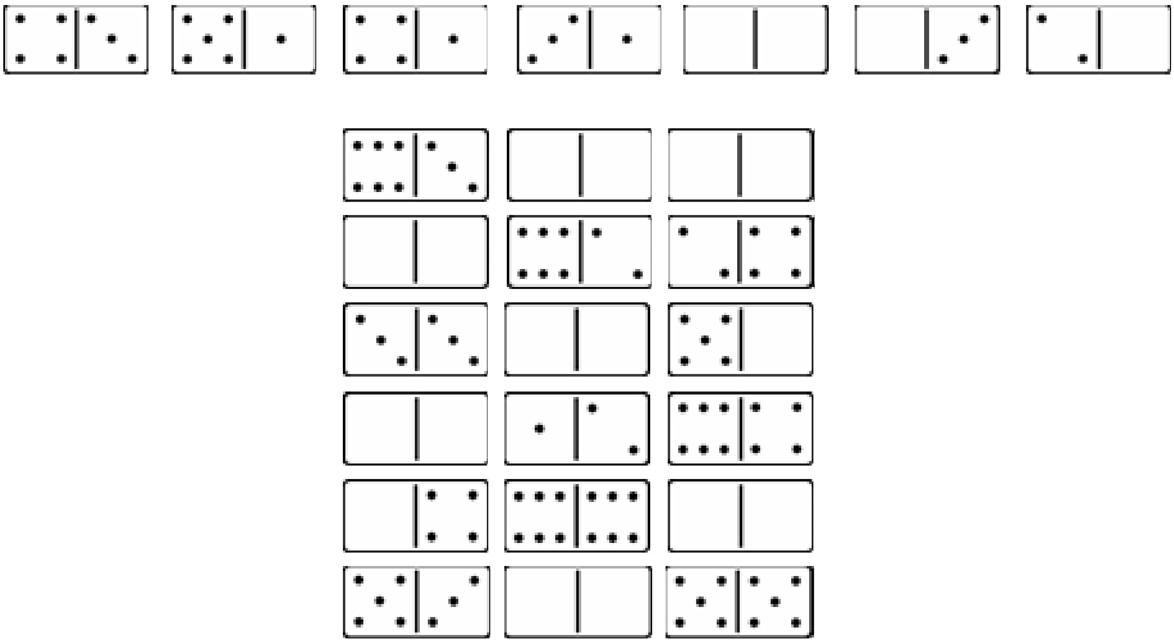


Figura 7

(4) Multiplicação de Kordenski

A representação da multiplicação com as peças do Dominó baseia-se em disponibilizar duas peças (uma na horizontal e a outra na vertical) e efetuarmos a multiplicação da seguinte maneira:

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 5\;6\;1 \\ \times \qquad 2 \\ \hline 1\;1\;2\;2 \end{array}$$

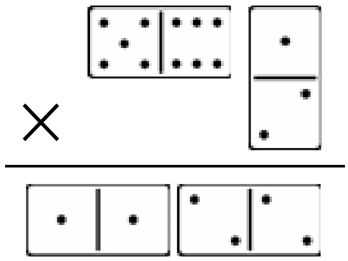


Figura 8: Multiplicação de Kordenski.

(4.1) Representar uma multiplicação de Kordenski usando 4 peças do Dominó.

(4.2) Representar uma multiplicação utilizando as peças:

(a) Primeira situação:

(b) Segunda situação:

(4.3) Representar uma multiplicação utilizando 4 peças, de modo que o produto seja:
(a) 2644.
(b) 3612.

(4.4) Jogo das Sete Multiplicações de Kordenski
Problema: Representar, empregando todas as peças do Dominó (sem repetir), sete multiplicações, como os exemplos anteriores.

(5) Quadrados de lados múltiplos

Essa atividade consiste em construir um quadrado utilizando as peças do Dominó de modo de que a soma dos números que figuram nas peças de cada um dos lados do quadrado seja múltiplo de um número escolhido. Por exemplo, usando as peças 0:0, 0:2, 0:4, 1:1, 1:2, 4:4, podemos construir um quadrado cuja soma em cada lado seja múltiplo de 2.

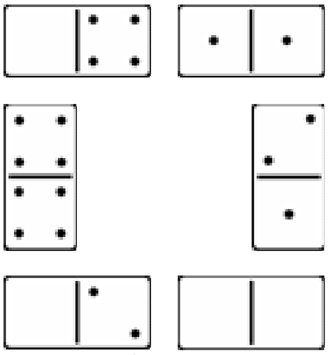


Figura 9

(5.1) Construir quadrados de modo que a soma em cada lado seja múltiplo de 3, 4, 5 e 6.

(5.2) Você consegue criar quadrados de modo que a soma em cada lado seja múltiplo de outros números?

(6) Novo Sete Quadrados

Descrição do Jogo: Empregando todas as peças do Dominó, sem repetir, construir sete quadrados, cada um com 4 peças (vazio no centro) conectando as peças que tenham o mesmo numeral.

Exemplo:

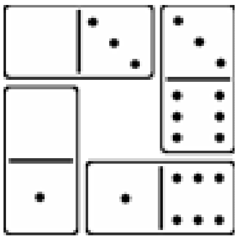


Figura 10: Um quadrado do jogo Novo Sete Quadrados.

(6.1) Pode um quadrado ser construído com duas peças duplas?

(7) Jogo dos Quadrados

Objetivo: Utilizando a conexão usual, construir quadrados com 4 peças como na figura anterior.

Regras:

- As peças são misturadas com as faces numeradas voltadas para baixo.
- Cada jogador, no máximo 4, retira 7 peças e as dispõem em sua proximidade de modo que somente ele possa visualizar as faces numeradas.

- O jogador que possuir a peça dupla de maior valor, no caso a 6:6, inicia o jogo colocando-a sobre a mesa, caso essa peça não pertença a nenhum dos jogadores, utilizam-se então as outras peças duplas em ordem decrescente de valor, assim a próxima seria a 5:5, depois a 4:4 e assim sucessivamente.
- O próximo jogador tem duas possibilidades de jogada: colocar uma de suas peças para completar o quadrado, ou, se possuir uma peça dupla, poderá utilizá-la para iniciar outro quadrado, e assim, sucessivamente.
- Caso nenhuma de suas peças sirva para aquela jogada, o jogador “compra” uma das peças restantes, caso elas não existam ele é penalizado, passando sua vez.
- A partida termina quando um dos jogadores colocar sua última peça, sendo então declarado vencedor. No caso do jogo paralisar sem que nenhum jogador tenha utilizado todas as peças teremos a situação de empate.
- Como critério de desempate, cada jogador soma as indicações numéricas de suas peças. O jogador que obtiver a menor soma será o vencedor.

  OBS: as peças duplas serão usadas somente para iniciar um novo quadrado.

(8) Quadrados de Perelmán

Essa atividade é também conhecida como o jogo dos Quadrados de Soma Mágica, que tem a seguinte regra:

(1) Construir um quadrado utilizando-se quatro peças de dominó, no qual o centro do quadrado é um espaço vazio.

(2) Cada lado do quadrado deve possuir uma mesma soma fixada.

Observação: Não será considerado como uma nova solução, os quadrados obtidos por meio de isometria a partir de uma solução já determinada.

Exemplo: *Construir um quadrado de soma mágica igual a 2.*

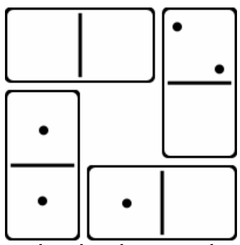


Figura 11: Quadrado de Perelmán de soma mágica igual 2.

A solução encontrada é única, pois essa soma só é possível se utilizarmos somente as quatro peças mostradas acima, qualquer outra peça forneceria, ela própria, soma maior do que dois. Além disso, só existem duas maneiras de escrever a soma 2 em 3 parcelas, que são:

$$\begin{cases} 0+0+2=2 \\ 0+1+1=2 \end{cases}$$

(8.1) Determinar quadrados de Perelmán de soma mágica 3, 4, 5, ... Qual é a maior soma mágica que podemos obter com o Dominó duplo 6?

(8.2) Os quadrados obtidos em (8.1) são únicos? Quantas soluções existem para cada soma mágica?

(9) Os Sete Quadrados de Perelmán

Tudo indica que tenha sido Yakov Perelmán, quem propôs, por volta de 1907, o jogo denominado de Sete Quadrados (ou Problema de Perelmán). O jogo dos Sete Quadrados (de Perelmán) pode ser descrito pela seguinte regra:

Construir, utilizando todas as peças de um Dominó duplo 6, sem repetir, sete Quadrados de Perelmán.

Algumas soluções podem ser encontradas em [8] . Para facilitar o trabalho do leitor, apresentamos a seguir, uma disposição das peças que permite uma visualização para a apresentação de pelo menos uma solução. Cada peça possui uma posição *(x,y)*, onde *x* é a linha em que se encontra a peça (0 até 6) e *y* é a coluna (0 até 12).

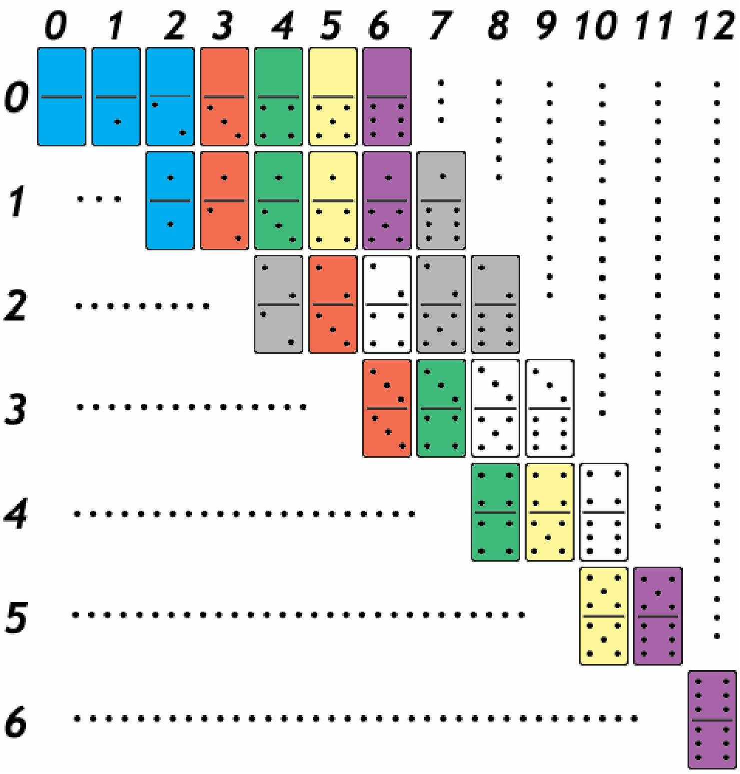


Figura 12

Procedemos do seguinte modo:

(1) As peças: (0,0), (0,1), (0,2) e (1,2) (Azul) fornecem a solução: (i) s(2)=0:0-2:0-0:1-1:1;

(2) As peças: (0,3), (1,3), (2,5) e (3,6) (Vermelho) fornecem a solução: (ii) s(3)=3:3-0:3-3:2-1:2; Observe que essas peças podem ser retiradas utilizando-se a seguinte lógica:

a. Retira-se a peça: 0:3 – posição: (0,3);
b. Retira-se a peça imediatamente abaixo da peça anterior, ou seja, a peça 1:2 – posição: (1,3);
c. Retira-se agora a peça que contém os elementos de baixo das duas peças retiradas anteriormente, ou seja, a peça 2:3 – posição: (2,5);
d. Retira-se a peça dupla cujos elementos são iguais ao maior elemento que aparece nas peças anteriores, nesse caso a 3:3 – posição: (3,6);

(3) Podemos seguir a lógica anterior até utilizarmos todas as peças da linha 0, assim as próximas peças e quadrados são: (0,4), (1,4), (3,7) e (4,8) (verde), cuja solução é: (iii) s(8)=4:4-0:4-4:3-1:3; (0,5), (1,5), (4,9), (5,10) (Amarelo), cuja solução é: (iv) s(10)=5:5-0:5-5:4-1:4; (0,6), (1,6), (5,11), (6,12) (Lilás), cuja solução é: (v) s(12)=6:6-0:6-6:5-1:5;

(4) Agora restam apenas oito peças, então pegamos a (2:4), que está separada, com as outras que formam um "L", (1,7), (2,7), (2,8) (cinza). Estas peças fornecem a solução: (vi) s(9)=2:6-1:6-2:2-5:2;

(5) Restando somente as peças (2,6), (3,8),(3,9) e (4,10) (branco). Estas peças fornecem a solução: (vi) s(12)=4:6-2:4-6:3-3:5;

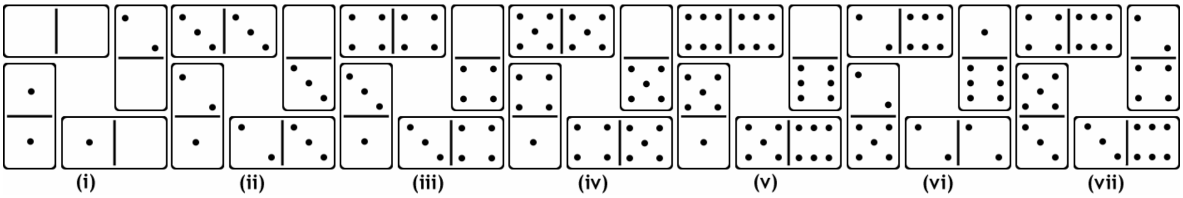


Figura 13: Uma solução dos Sete Quadrados de Perelmán.

Soluções das Situações-Problema

(1.2) Fileira formada por todas as peças que possuem como segundo elemento o número 6 e organizadas em ordem crescente, da esquerda para a direita.

(1.3) Cruz formada por todas as peças que apresentam o número 6. A peça de maior valor, ou seja, a peça 6:6 está localizada no centro da cruz, e as demais à sua volta, sempre com o número 6 encostado a peça central, em ordem crescente, a partir da peça superior à esquerda, em sentido horário.

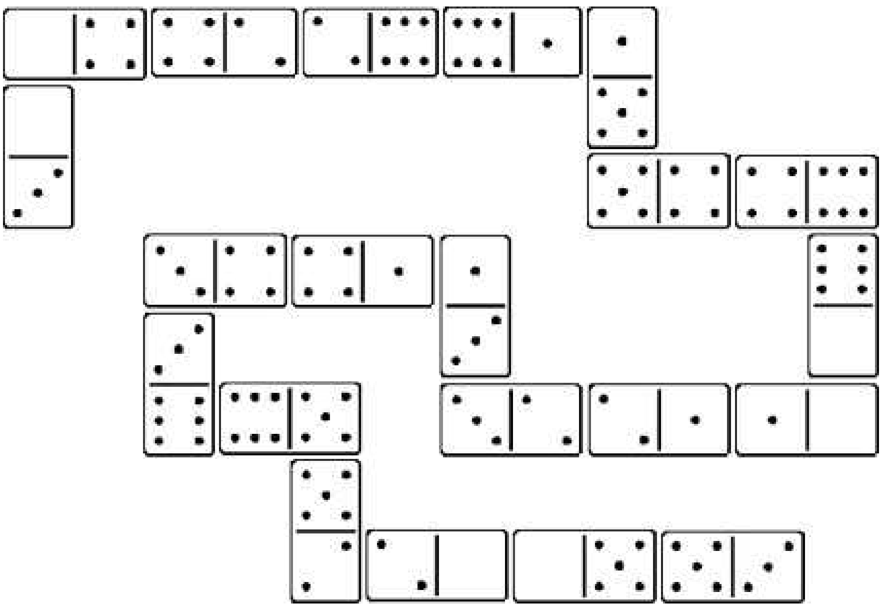
(1.4) As peças seguem o critério do jogo usual.

(a) A peça 6:0, porque é a única peça com o número 6, devendo guardá-la para quando não tiver outra possibilidade, pois não há outra peça que apresente o zero para dar continuidade ao jogo.

(b) A peça 1:1, pois depois podemos usar a peça 1:2 e em seguida a peça 2:2, enquanto que com a peça 2:1 usamos na seqüência a peça 2:2 e a peça 1:1 não será utilizada.

(1.5) Pirâmide com todas as peças do Dominó, sendo que a soma dos dois números de cada peça de uma mesma coluna é sempre igual, de 12 a 0, a contar em ordem decrescente, da esquerda para a direita.

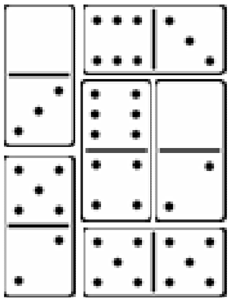
(1.6)



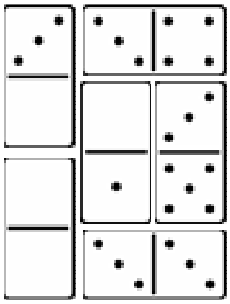
No caso de 21 peças, cada "número" aparece na poligonal 6 vezes, portanto cada um que não é extremo deve estar conectado 3 vezes. Entretanto, aquele que é extremo, na origem da poligonal, só pode estar conectado 2 vezes. Logo, é natural que deva estar presente mais uma vez: no fim da poligonal.

(3.1)

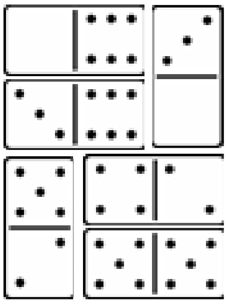
(a)



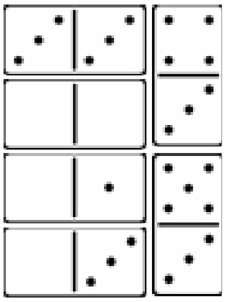
(b)



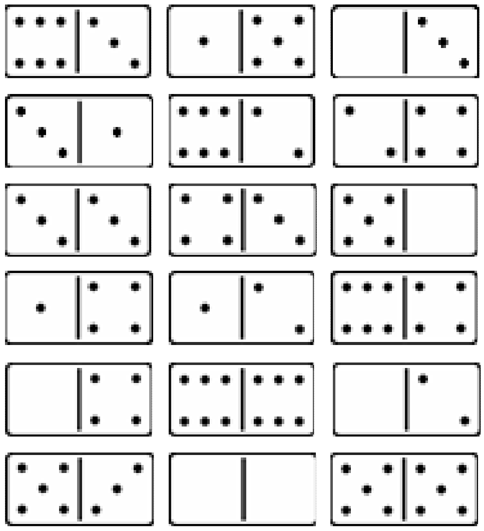
(3.2) (a)



(b)

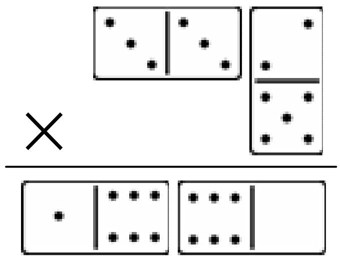


(3.3)



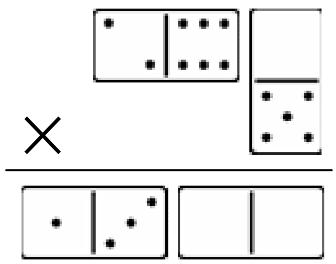
(4.1)

$$\begin{array}{r} 3\ 3\ 2 \\ \times \quad\ 5 \\ \hline 1\ 6\ 6\ 0 \end{array}$$



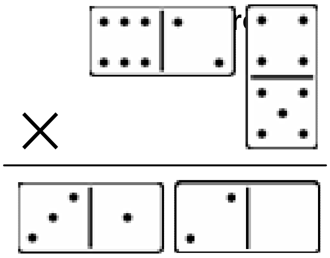
(4.2)
(a)

$$\begin{array}{r} 2\ 6\ 0 \\ \times \quad\ 5 \\ \hline 1\ 3\ 0\ 0 \end{array}$$



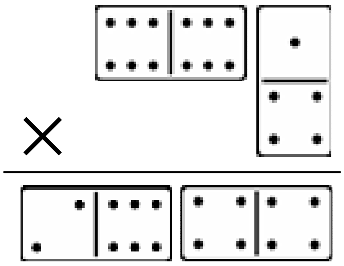
(b)

$$\begin{array}{r} 6\ 2\ 4 \\ \times \quad\quad 5 \\ \hline 3\ 1\ 2\ 0 \end{array}$$



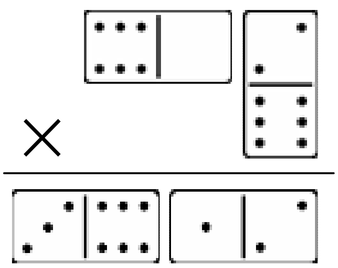
(4.3)
(a)

$$\begin{array}{r} 6\ 6\ 1 \\ \times \quad\quad 4 \\ \hline 2\ 6\ 4\ 4 \end{array}$$



(b)

$$\begin{array}{r} 6\ 0\ 2 \\ \times \quad\quad 6 \\ \hline 3\ 6\ 1\ 2 \end{array}$$

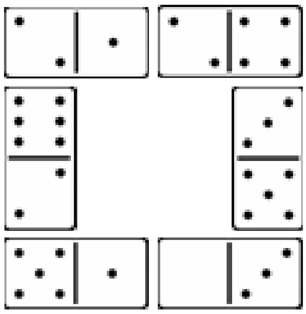


(4.4) Desafio para o leitor.

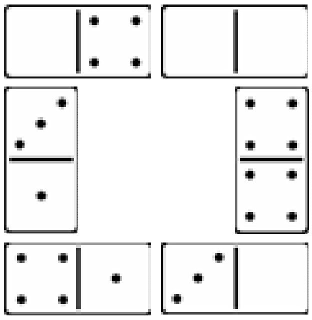
(5.1) Soma igual a múltiplo de 3:

(6.1) Observemos que se temos um quadrado com uma peça dupla (por exemplo, a peça 4:4), a esta peça são conectadas duas peças, que tenham indicações numéricas iguais às da peça dupla (por exemplo, as peças 1:4 e 4:5). As indicações numéricas da quarta peça são necessariamente diferentes (a peça 1:5), pois se fossem iguais, estaríamos repetindo peças (no caso, a peça 1:4 ou 4:5) o que não é permitido.

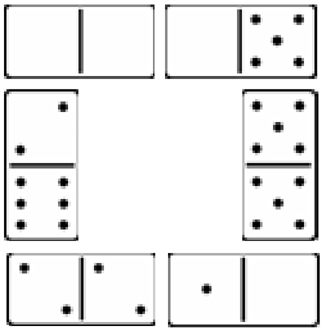
Logo, os quadrados não podem ter duas peças duplas.



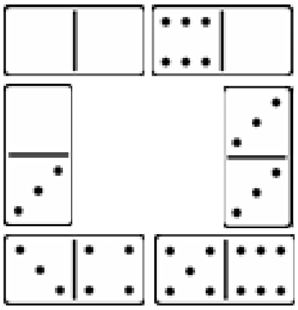
Soma igual a múltiplo de 4:



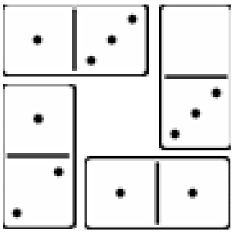
Soma igual a múltiplo de 5:



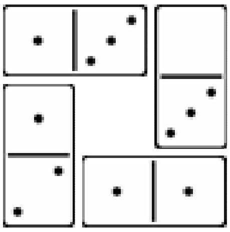
Soma igual a múltiplo de 6:



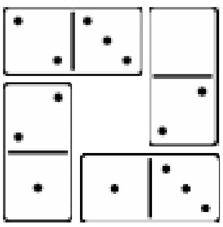
(7.1) Quadrado de Perelmán de soma mágica igual a 3:



Quadrado de Perelmán de soma mágica igual a 4:



Quadrado de Perelmán de soma mágica igual a 5:



A maior soma que podemos estabelecer, para um dominó duplo 6, é 16.

(7.2) Os quadrados obtidos em (7.1) não são únicos, pois *s(3)*=0:3-0:2-1:0-2:1, *s(4)*=1:3-0:1-3:0-1:2 e *s(5)*=0:5-0:4-1:0-4:1 são outras possíveis soluções. A tabela a seguir mostra a quantidade de soluções para cada soma mágica.

Soma Mágica	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Número de soluções	1	7	19	47	94	139	166	185	166	139	94	47	19	7	1

No total há 1131 soluções distintas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Borin, J.; *Jogos e Resoluções de Problemas: uma estratégia para as aulas de matemática*, IME/USP – 3ª Ed., 1998.

[2] Brenelli, R. P.; *O jogo como espaço para pensar: A construção de noções lógicas e aritméticas*, Papirus – 3ª Ed., 2002.

[3] Kamii, C.; *A criança e o número: Implicações Educacionais da Teoria de Piaget para a Atuação junto a Escolares de 4 a 6 anos*, Papirus, 1996.

[4] Kamii, C.; *Aritmética: Novas perspectivas. Implicações da Teoria de Piaget*, Papirus, 2001.

[5] Kamii, C., Devries, R.; *Jogos em grupo na educação infantil: Implicações da Teoria de Piaget*, Trajetória Cultural, São Paulo, 1991.

[6] Macedo, L. de., Petty, A. L. S., Passos, N. C.; *Quatro cores, senha e dominó: Oficina de jogos em uma perspectiva construtivista e psicopedagógica*, São Paulo, 1997.

[7] Macedo, L. de., Petty, A. L. S., Passos, N. C.; *Aprender com jogos e situações-problema*, Editora Artmed, 2000.

[8] Menino, F. S., Barbosa, R. M.; *Uma seleção de atividades lúdicas usando dominós, Revista de Educação Matemática*, n. 6-7, p.15-21, 2001-2002.