

RESUMOS - WORKSHOP DE SISTEMAS DINÂMICOS

Local: UNESP/IBILCE - São José do Rio Preto
Departamento de Matemática

Período: 3 a 5 de junho de 2024

Comitê científico: Ali Messaoudi
Claudio Aguinaldo Buzzi
Manuel Stadlbauer

Comitê organizador: Ali Messaoudi
Claudio Aguinaldo Buzzi
Danilo Antonio Caprio
Murillo Lozano Rubinho de Araujo

Razão cruzada numa perspectiva histórica e física

Ali Tahzibi

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Universidade de São Paulo

Resumo: Neste seminário, abordaremos algumas importâncias da razão cruzada na matemática, destacando sua relevância na geometria elementar e em sistemas dinâmicos. Analisaremos o papel desse conceito na determinação da existência ou inexistência de medidas físicas em determinados sistemas dinâmicos. Vale ressaltar que a palestra não se concentra em física ou história, e as palavras utilizadas podem ter diferentes significados em contextos variados. Além disso, buscaremos relacionar alguns resultados conhecidos com nossos próprios projetos de pesquisa.

On an upper bound of the degree of polynomial identities regarding linear recurrence sequences

Ana Paula Chaves

Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal de Goiás

Abstract: Let $(F_n)_{n \geq 0}$ be the Fibonacci sequence given by $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$, for $n \geq 0$, where $F_0 = 0$ and $F_1 = 1$. There are several interesting identities involving this sequence such as $F_n^2 + F_{n+1}^2 = F_{2n+1}$, for all $n \geq 0$. Inspired by this naive identity, in 2012, Chaves, Marques and Togbé proved that if $(G_m)_m$ is a linear recurrence sequence (under weak assumptions) and $G_n^s + \dots + G_{n+k}^s \in (G_m)_m$, for infinitely many positive integers n , then s is bounded by an effectively computable constant depending only on k and the parameters of G_m . In this paper, we generalize this result, proving, in particular, that if $(G_m)_m$ and $(H_m)_m$ are linear recurrence sequences (also under weak assumptions), $R(z) \in \mathbb{C}[z]$ is a monic polynomial, and $\epsilon_0 R(G_n) + \epsilon_1 R(G_{n+1}) + \dots + \epsilon_{k-1} R(G_{n+k-1}) + R(G_{n+k})$ belongs to $(H_m)_m$, for infinitely many positive integers n , then the degree of $R(z)$ is bounded by an effectively computable constant depending only on the upper and lower bounds of the ϵ_i 's and the parameters of G_m (but surprisingly not on k).

Multi-dimensional piecewise contractions are asymptotically periodic

Benito Pires

Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto
Universidade de São Paulo

Abstract: In the last 10 years, a lot of effort has been devoted to proving that families of one-dimensional piecewise contractions are asymptotically periodic for almost all parameters. In this talk, we will approach the multi-dimensional case.

Joint work with José Pedro Gaivão (Universidade de Lisboa)

Conjuntos de Julia p-ádicos de uma família de polinômios

Danilo Antonio Caprio

Departamento de Matemática - FEIS
Universidade Estadual Paulista

Resumo: Neste trabalho consideramos uma família de polinômios em \mathbb{Q}_p^2 definidos por $f(x, y) = (xy + c, x)$, onde $c \in \mathbb{Q}_p$ é um número p-ádico e provamos algumas propriedades dinâmicas e topológicas sobre os conjuntos de Julia “para frente” \mathcal{K}^+ e “para trás” \mathcal{K}^- de f .

Essa família de polinômios foi estudada no caso real $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, onde $c \in \mathbb{R}$, nos casos $0 \leq c < 1/4$ [1] e $-1 < |c| < 0$ [2], onde os autores provaram que o conjunto de Julia \mathcal{K}^+ é a união das variedades estáveis dos pontos fixos e 3-periódicos de f . Eles também provaram que o conjunto de Julia \mathcal{K}^- é a união das variedades instáveis dos pontos 3-periódicos e do ponto fixo sela de f .

Esse é um trabalho em colaboração com Jefferson Bastos (UNESP) e Oyran Rayzzaro (UEMS).

Referências:

- [1] S. Bonnot, A. De Carvalho and A. Messaoudi, *Julia sets for Fibonacci endomorphisms of \mathbb{R}^2* , *Dynamical Systems*, **33(4)** (2018), 622–645.
- [2] D. A. Caprio, *Filled Julia set of some class of Hénon-like maps*, *Dynamical Systems*, (2019) 35:1, 156-183, DOI: 10.1080/14689367.2019.1663790.

Equilibrium states and statistical properties for intermittent maps

Eduardo Garibaldi

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Universidade Estadual Campinas

Abstract: In the context of expanding maps of the circle with an indifferent fixed point, understanding the joint behavior of dynamics and pairs of moduli of continuity has proved to be a useful element for the development of equilibrium theory. In a joint work with I. Inoquio-Renteria (Universidad de la Serena), we provide sufficient conditions to show, without any induction intervention, exponential decay of correlations for these discrete time systems. Essentially we highlight how the regularity classes of potentials and observables should relate to the dynamics. Our assumptions allow to follow a typical strategy as in the consecrated way for Axiom A diffeomorphism and Hölder potentials: we focus on proving quasicompactness and a spectral gap for the associated transfer operator. The considered conditions are at the same time comprehensive and flexible so that one can easily discuss the results in meaningful situations.

.....

On asymptotic results for some classes of random walks

Glauco Valle

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Abstract: In this talk we will consider some special classes of non-markovian random walks. Considering the asymptotic behavior related to properties such as recurrence and transience, ballisticity, Law of Large Numbers and Central Limit Theorem, we will show that in these classes the behavior of the special walks can be quite different from the behavior of usual random walks over \mathbb{Z}^d with IID increments. The main classes considered will be the tree-builder random walks, excited random walks and random walks with self-repulsion by directed edges.

Minimal distance between random orbits

Manuel Stadlbauer

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Abstract: It is known for expanding dynamical systems and finite state Markov chains that the asymptotic behavior of the minimal distance between two orbits up to time n is given by its correlation dimension.

In this talk, we will discuss this problem in a randomized setting with not necessarily expanding fibres. If the fibres and the basis of the random system under consideration are sufficiently mixing, then a similar but more complex result holds: there are two relevant dimensions and, depending on the stochastic process in the basis, either one or the other is dominant. In particular, there is a phase transition, which is unknown in the framework of a classical dynamical system.

Joint work with Jerome Rousseau and Sebastien Gouezel, see <https://doi.org/10.1007/s00440-024-01283-3>.

.....

Symbolic dynamics over infinite alphabets

Marcelo Sobottka

Departamento de Matemática
Universidade Federal de Santa Catarina

Abstract: While symbolic dynamics on finite alphabets is a well developed branch of dynamical systems, for symbolic dynamics on infinite alphabets there are still few results. For instance, until recently there had not been given a definition for sofic shifts over infinite alphabets and most of the literature on the infinite-alphabet case were mainly focused on full shifts or on locally compact Markov shifts.

In this presentation, we shall examine the core features of classical definitions, such as shifts of finite type (SFT), sofic shifts, and sliding block codes, as they are given within the context of finite-alphabet shift spaces. Based on our observations, we propose general definitions that fit in both the contexts of finite and infinite alphabets and recovered several classical results for this more general setting. In particular, we characterize shifts of finite type and sofic shifts in terms of (infinite) labeled graphs.

Furthermore, we define two new classes of shift spaces that can only exist in the context of infinite alphabets: *weakly sofic shifts* and *shifts of variable length (SVL)*. While the class of weakly sofic shifts extends the class of sofic shifts, the shifts of variable length can be viewed as the topological counterparts of variable length Markov chains. Together with shifts of finite type, shifts of variable length form a special class called *finitely defined shifts (FDS)*.

.....

Transitividade por cadeia e sombreamento em dinâmica linear

Mayara Braz Antunes

Departamento de Ciências Exatas
Universidade Federal Fluminense

Resumo: Estudar as propriedades topológicas de um sistema contribui significativamente para a compreensão de seu comportamento dinâmico. Um exemplo notável dessas propriedades é a hiperciclicidade frequente, que se manifesta quando um ponto no espaço adjacente visita com frequência positiva todos os seus subconjuntos abertos. Esta característica está intimamente ligada à presença de medidas de probabilidade ergódica e invariante para o sistema.

Neste contexto, exploraremos diversas propriedades dinâmicas, tais como sombreamento, transitividade por cadeia, hiperciclicidade e hiperciclicidade frequente, dentro da dinâmica linear. Demonstraremos que há sempre uma decomposição espectral do conjunto recorrente por cadeia de operadores lineares contínuos, sendo esta decomposição trivial.

Adicionalmente, evidenciaremos que todo sistema dinâmico linear transitivo por cadeia, ao possuir a propriedade de sombreamento, é frequentemente hipercíclico. Como corolário, concluímos que qualquer sistema dinâmico linear hipercíclico que possui a propriedade de sombreamento também demonstra ser frequentemente hipercíclico. Este estudo foi desenvolvido em colaboração com Régis Varão (UNICAMP) e Gabriel Mantovani.

Intervalos errantes, conjuntos fractais e sistemas de numeração

Milton Cobo

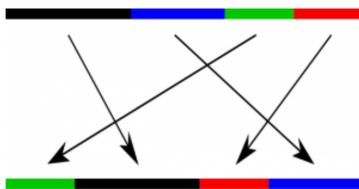
Departamento de Matemática
Universidade Federal do Espírito Santo

Resumo: Intercâmbios de intervalos (IE para resumir) aparecem em diversos contextos em sistemas dinâmicos: fluxos em superfícies compactas com singularidades tipo sela (sem atratores nem repulsores), superfícies planas e fluxo de Teichmüller, etc. Existe uma outra conexão menos conhecida das IEs com a teoria de números e em particular com os chamados *sistemas de numeração*.

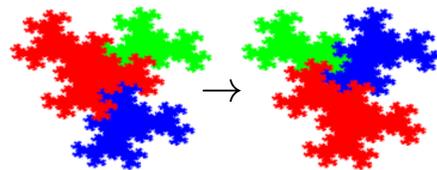
Neste trabalho inicialmente estamos interessados em certo tipo de *perturbações* de IEs. Mas precisamente, perturbamos um intercâmbio de intervalos de forma a obter intercâmbios *afins* de intervalos: um tipo de transformação muito simples mas que já apresenta uma dinâmica mais rica. Em particular estes intercâmbios afins podem ter os chamados *intervalos errantes*. Neste trabalho exploramos o seguinte problema. A partir de um intercâmbio de intervalos fixado queremos produzir, por perturbação, um intercâmbio afim de intervalos com um intervalo errante.

Como veremos este problema se relaciona com a existência de certos conjuntos *fractais* do plano complexo relacionados com *sistemas de numeração com base complexa* (o β -numerações).

Intercambio de intervalos



Intercambio de dominios



Entropy for compact operators and results on entropy and specification.

Paulo Lupatini

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Universidade Estadual Campinas

Abstract: We prove that the specification property implies infinite topological entropy for operators acting on infinite dimensional F -spaces. We also prove that for compact operators acting on Banach spaces is finite and depends exclusively on the operators point spectrum. Additionally, we prove that the variational principle is not valid for compact operators acting on Banach spaces.

Joint work with Felipe Silva (Unicamp) and Régis Varão (Unicamp).

.....

Some results on (extreme) measure disintegration

Régis Varão

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Universidade Estadual Campinas

Abstract: In this talk I would like to present some results concerning the disintegration of measures on invariant foliation for a given dynamics. There is a conjecture for Anosov system which states that if the stable and unstable foliations are regular enough (in this case smooth), then we obtain a rigidity result (the Anosov diffeomorphism is smoothly conjugate to its linearization). Now what we do is to investigate in the same spirit, but for the center foliation of a partially hyperbolic diffeomorphism. What we can show is that if the center foliation has a sufficient metric regularity (a form of uniform absolute continuity), then we also obtain rigid results (e.g. smooth conjugacy with Anosov diffeomorphism/endomorphism). Hence, the main theme of the talk is concerning disintegration of measures and its implications on dynamics.

References:

- [1] Cantarino, M.; Varão, R. *Anosov endomorphisms on the two-torus: regularity of foliations and rigidity*. Nonlinearity. (2023)

[2] Noriega, M.; Ponce, G. Varão, R. *Classification of Conditional Measures Along Certain Invariant One-Dimensional Foliations*.

arXiv:1812.00057

Compactificação de Stern-Brocot do mapa monomial em duas dimensões complexas

Samanta S. Avelino Silva

Instituto de Matemática e Estatística
Universidade de São Paulo

Resumo: Dada uma matriz

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

em $SL_2(\mathbb{Z})$, o mapa monomial associado a M , $f_M : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$, é definido por:

$$f_M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^a y^b \\ x^c y^d \end{pmatrix}.$$

No conjunto aberto $(\mathbb{C}^*)^2$, o mapa f_M é biholomorfismo, e tem a dinâmica bem conhecida. Agora, para entender sua dinâmica global, é suficiente encontrar uma extensão de (bi-holomorfa) de f_M à um compacto contendo \mathbb{C}^2 . Usando geometria tórica, Charles Favre apresentou uma construção deste tipo em seu artigo "Les applications monomiales en deux dimensions", publicado pela revista Michigan Math em 2003.

Neste seminário apresentarei uma compactificação alternativa, para o caso em que M possui dois autovalores reais distintos. O espaço compacto (X_M) será obtido de uma cadeia infinita de blow-ups, que pode ser rastreada na árvore de Stern-Brocot seguindo os caminhos associados com a inclinação dos autovetores de M . Esta é uma adaptação à técnica dos "blow-ups de Farey" proposta por J. Hubbard and P. Papadopol (American Mathematical Society, 2008).

Espero que essa abordagem ofereça uma perspectiva mais intuitiva e direta ao problema da compactificação.

Algumas aplicações de IFS e de dimensão de Hausdorff

Tatiana Miguel Rodrigues

Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências
UNESP - Câmpus de Bauru

Resumo: Segundo Barnsley, um fractal é um tipo de atrator determinístico a partir de um sistema de funções iteradas (IFS). Os IFS possuem uma estrutura matemática complicada, especialmente na construção recursiva dessas funções, o que resulta, por exemplo, em melhores aproximações gerando aspectos muito úteis na área de criptografia. Será apresentado um método de troca de chaves baseado no protocolo DH. A segurança desse método é fundamentada na construção recursiva de um fractal escolhido, gerado por IFS, que é utilizado como uma raiz primitiva para gerar a chave pública, combinado com o problema do logaritmo discreto. Uma outra aplicação está relacionada às lesões de pele. A presença de bordas irregulares e complexas pode indicar potenciais malignidades, como o melanoma. As bordas fractais têm a capacidade de capturar a complexidade do tumor de forma quantitativa, fornecendo informações valiosas para o diagnóstico da doença. Vou apresentar o potencial da dimensão fractal para auxiliar um possível diagnóstico precoce.